

GeoGebraの証明機能について

On the Proof using GeoGebra

高橋 正*・篠田 有史**

甲南大学知能情報学部*・甲南大学共通教育センター**

GeoGebraは、DGS(Dynamic Geometric Software)の一つであり、オープンソースの数学ソフトウェアである。近年、GeoGebraは証明機能を有し、学校数学における図形の証明が可能になった。しかし、その証明機能ではオブジェクト間の設定などの要因があり、証明機能を効果的に使えない状況である。本発表では、現状でのGeoGebraの証明機能の制約を分析し、今後の可能性を考察する。

キーワード：数学教育，GeoGebra，図形の証明

1. はじめに

GeoGebraは、幾何、代数、解析を1つに結びつけた動的数学ソフトウェアである。[Geogebra]近年、GeoGebra は証明機能を有した。(その機能の詳細については[Theorem Proving, GeoGebra]を参照)

論理の展開の本質を学ぶことができる「証明問題」は、GeoGebra を活用する取り組みの中で明示的に、あるいは非明示的に取り組みかがなされつつある。GeoGebra のオフィシャル Web サイトでも、Proving 機能についての紹介にアクセスすることができ、作図のみならず、初等幾何学の証明についても、GeoGebra が野心的に取り組んでいることが分かる。

その際コンピュータを活用した初等幾何学の証明をどのように教育に役立てることができるかというテーマは、挑戦的かつ興味深いものであると考えられる。すなわち、どのような教材で、どのように提供される証明機能を組みあわせ、どのような教授のもとで学習者の試行錯誤を活性化させ、数学的な知的活動の体験へと昇華させるかというテーマである。このテーマに取り組むうえでそのような学習体験は意味あるものになりうるのかという検討が必要であり、GeoGebra がどのような証明に関する機能を提供できているかという部分についても検討が必要である。

本稿では、証明機能を有するソフトウェアはどのように教育に役立てることができるかという証明機能の利用法略について検討を行い、GeoGebra を活

用した初等幾何学の証明の意義と可能性を考察する。

2. GeoGebra Prover の振る舞い

GeoGebra の証明機能である Prover については、どのような機能があり、どのように動作しているかを明らかにする。そして、どのように証明問題にアプローチするべきかを検討するために、GeoGebra Prover (以下、Prover とする)の証明機能の状況を明らかにした。具体的には、教示に求められるような機能拡張はどのように実現するのかということ課題とした。

Prover の動作はまだ開発途中であり制約がある。以下の 4 つのタイプの Prover が実装されていることが記載されている。

Recio, Botana, Puresymbolic, OpenGeoProver

それぞれの Prover には機能制約があると記載されていた。

Proving 機能がどのように動作しているのかを明らかにするために、Ver 5.0.396 について動作を検証した。また、対象を Relation 関数と連携して行われる Proving とし、図 1 に示す図形を描画し、Prover が動作するプログラムを入力した。

図 1 で Relation[f, g]を実行した結果を示す。原点の周りに4つの点を配置し、縦に直線を引いて、直線と直線の関係、点と直線の関係、線分と線分の関係という3つの関係を調査した。動作結果を表 1 に示す。

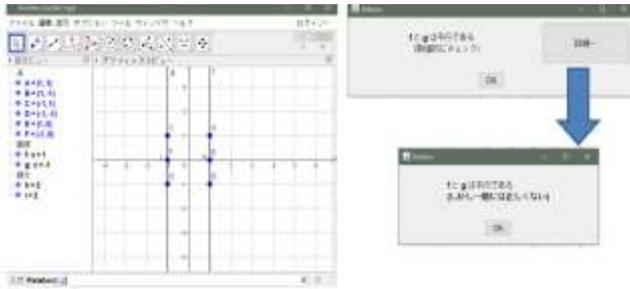


図 1 : 基本図形とそれに対する Relation[f, g] を実行した結果

図 1 で Relation[f, g] を実行した結果を示す。原点の周りに4つの点を配置し、縦に直線を引いて、直線と直線の関係、点と直線の関係、線分と線分の関係という3つの関係を調査した。動作結果を表 1 に示す。

表 1 : Ver 5.0.396 における振る舞い

構文	詳細における画面出力
Relation[f, g]	f と g は並行である (しかし一般には正しくない)
Realaion[A, f]	A は f 上にある (常に正しい)
Relation[AB, CD]	Distance[A, B]と Distance[C, D]は等しい (しかし一般には正しくない)

図 1 や表 1 で得られた「しかし一般には正しくない」という表現が、どのように得られたのかを明らかにすることができれば、GeoGebra の証明問題への活用方略へのヒントが得られる。しかし、標準の状態では、これ以上の情報を得ることはできず内部で行われた処理を明らかにすることができなかった。この結果に対し、古いバージョンの GeoGebra を使った結果を表 2 に示す。

表 2 : 2017 年初頭における Prover の振る舞い ([1]より)

座標と式の条件	(A) マウスで点を配置	(B) 入力バーから座標を入力
A=(-3,3),B=(-3,-3) C=(3,-3),D=(3,3) f=Line[A,B],g=Line[C,D]	Relation[f,g]: ①,R Relation[A,f]: ②,B Relation[AB,CD]: ③,B	Relation[f,g]: ①,R Relation[A,f]: ②,B Relation[AB,CD]: ③,O
A=(-3,3),B=(-3,0) C=(3,0),D=(3,3) f=Line[A,B],g=Line[C,D]	Relation[f,g]: ①,R Relation[A,f]: ②,B Relation[AB,CD]: ③,B	Relation[f,g]: ①,R Relation[f,g]: ③,O Relation[AB,CD]: ③,O
A=(-3,3),B=(-3,0) f=Line[A,B] 上を作成後に C=(-3,-3)	Relation[f,A]: ②,B Relation[f,B]: ③,B Relation[f,C]: ①,B	Relation[f,A]: ③,O Relation[f,B]: ③,O Relation[f,C]: ③,O

R:Recio B:Botana O:OpenGeoProver_WU 1:しかし一般には正しくない 2:常に正しい 3:恐らく一般に正しい

表 2 の段階では、各点の座標に 0 が含まれるかどうかで証明結果に変化が現れる等、不安定な部分が見受けられたものの、今回においては、そのような現象は確認できなかった。また、OpenGeoProver の動作において、表 2 では「恐らく一般に正しい」という出力が得られたが、そのような出力は確認できなかった。このことから、Prover の振る舞いについては、現在も継続的に開発が行われているようである。

3. 考察

それぞれの Prover は、起動の呼び出し時等には独立したメソッドとして実装されているように見えるものの、実際の内部の動きを見てみると、Recio Prover から Botana Prover を呼び出すコードが存在する等、1 つの研究チームが色々工夫を重ねて 2 つの方式を構築しているようである。Prover の起動順序はプログラムの際には変更可能であるものの、GeoGebra wiki では、「エンドユーザーは順番を変えるべきではない」と言及しており、今回確認できていない部分においても、Recio と Botana、両 Prover には繋がりがあるようである。また、理由は十分に確認することが出来なかったものの、出力を見る限り、動作の指定をしていなくても、証明の最後にもう一度 Botana Prover が動作した後で結果の出力がなされている。

GeoGebra で証明問題を扱うためには、Prover を適切に動作させることができる点や線の定義方法について知見を深めた上で、どのような証明問題を解くことができるか、という部分に踏み込む必要があると考えられる。

参考文献

GeoGebra,

<https://sites.google.com/site/geogebrajp/>

Theorem Proving, GeoGebra,

[https://](https://dev.geogebra.org/trac/wiki/TheoremProving)

[dev.geogebra.org/trac/wiki/TheoremProving.](https://dev.geogebra.org/trac/wiki/TheoremProving)

岩間詞也, 福井昌則 (2016). GeoGebraのビルドと現状での証明機能の限界について, 甲南大学紀要知能情報学編, Vol. 9, No. 2, pp.143-159.